

AA-1143
(049) B.Sc. (Part-I) (Maths Group)
Term End Examination, 2021-22

Mathematics
Calculus
(Paper-II)

Time : 3 hrs.]

[Maximum Marks : 50

नोट — किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।
Attempt any five questions. One question from each unit is compulsory. All questions carry equal marks.

[इकाई-1 / Unit-I]

1. (क) δ इस प्रकार ज्ञात कीजिए कि : $0 < |x - 2| < \delta \Rightarrow \left| \frac{2x^3 + x^2 - 8x - 4}{x - 2} - 20 \right| < \frac{1}{10}$

Find δ such that : $0 < |x - 2| < \delta \Rightarrow \left| \frac{2x^3 + x^2 - 8x - 4}{x - 2} - 20 \right| < \frac{1}{10}$

(ख) निम्न फलन की $x = 0$ पर सांतत्य के लिए जांच कीजिए : $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 ax}{x^2}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$

Test for continuity of the following function at $x = 0$ $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 ax}{x^2}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$

2. (क) यदि $y = \sin(a \sin^{-1} x)$ तो दर्शाइये कि

$$(1 - x^2) y_{n+2} - (2n + 1)xy_{n+1} - (x^2 - a^2) y_n = 0 \text{ और } (y_n)_0 \text{ का मान ज्ञात कीजिए।}$$

If $y = \sin(a \sin^{-1} x)$, then prove that

$$(1 - x^2) y_{n+2} - (2n + 1)xy_{n+1} - (x^2 - a^2) y_n = 0 \text{ and find } (y_n)_0.$$

(ख) टेलर प्रमेय से $\tan^{-1}x$ का $\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ की घातों में प्रसार ज्ञात कीजिए।

Expand $\tan^{-1}x$ in power of $\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ by Taylor's theorem.

[इकाई-2 / Unit-II]

3. (क) वक्र $y^3 - xy^2 - x^2y + x^3 + x^2 - y^2 - 1 = 0$ की अनंत स्पर्शियां ज्ञात कीजिए।

Find the asymptotes of the curve :

$$y^3 - xy^2 - x^2y + x^3 + x^2 - y^2 - 1 = 0$$

(ख) दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ परिभ्रमण से जनित लघ्वक्ष गोलाभ (oblate spheroid) का आयतन ज्ञात कीजिए।

Find the volume of oblate spheroid generated by revolving the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

[इकाई-4 / Unit-IV]

7. (क) हल कीजिए : $x dy - y dx = \sqrt{x^2 + y^2} dx$

Solve : $x dy - y dx = \sqrt{x^2 + y^2} dx$

(ख) हल कीजिए : $(1 + y^2) dx = (\tan^{-1}y - x) dy$

Solve : $(1 + y^2) dx = (\tan^{-1}y - x) dy$

8. (क) हल कीजिए : $\frac{d^3y}{dx^3} + a^2 \frac{dy}{dx} = \sin ax$

Solve : $\frac{d^3y}{dx^3} + a^2 \frac{dy}{dx} = \sin ax$

(ख) हल कीजिए : $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - 3y = x^2 \log x$

Solve : $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - 3y = x^2 \log x$

[इकाई-5 / Unit-V]

9. (क) हल कीजिए : $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - (x^2 + 2x) \frac{dy}{dx} + (x + 2)y = x^3 \cdot e^x$

Solve : $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - (x^2 + 2x) \frac{dy}{dx} + (x + 2)y = x^3 \cdot e^x$

(ख) प्राचल विचरण विधि से हल कीजिए : $\frac{d^2y}{dx^2} + y = \operatorname{cosec} x$

Solve by the method of variation of parameters : $\frac{d^2y}{dx^2} + y = \operatorname{cosec} x$

10. (क) हल कीजिए : $\frac{dx}{dt} + 5x + y = e^t$

$\frac{dy}{dt} - x + 3y = e^{2t}$

Solve : $\frac{dx}{dt} + 5x + y = e^t$

$\frac{dy}{dt} - x + 3y = e^{2t}$

(ख) हल कीजिए : $\frac{dx}{x(y-z)} = \frac{dy}{y(z-x)} = \frac{dz}{z(x-y)}$

Solve : $\frac{dx}{x(y-z)} = \frac{dy}{y(z-x)} = \frac{dz}{z(x-y)}$